

# Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme (IN0010)

## Übungsblatt 5

30. Mai – 3. Juni 2022

### Aufgabe 1 Medienzugriffsverfahren

a)\* Erläutern Sie kurz das Prinzip von *ALOHA*.

Eine Station sendet, sobald Daten anliegen. Übertragungen werden Out-of-Band bestätigt (andere Frequenz).

b) Wie werden Kollisionen in *ALOHA* erkannt?

Nicht direkt, sondern über das Ausbleiben der Out-of-Band Bestätigung.

c) Erläutern Sie kurz das Prinzip von **Slotted ALOHA**.

Station beginnt im nächsten Zeitslot zu senden, ungeachtet dessen, ob bereits eine Übertragung stattfindet.

d) Worin besteht der Vorteil von *Slotted ALOHA* gegenüber normalem *ALOHA*?

Durch die Aufteilung in Zeitslots verringert sich die Wahrscheinlichkeit für Kollisionen, da Stationen nicht mehr zu jedem beliebigen Zeitpunkt mit einer Übertragung beginnen können. Sofern die Zeitslots der Übertragungsdauer einer kompletten Nachricht entsprechen und die Knoten ausreichend genau miteinander synchronisiert sind (was bei derart langen Zeitslots möglich ist), tritt eine Kollision entweder zu Beginn eines Zeitslots auf oder es ist garantiert, dass höchstens eine Station sendet. (siehe Vorlesung)

e)\* Erläutern Sie kurz das Prinzip von *CSMA*.

Medium wird vor dem Senden abgehört. Wenn das Medium im aktuellen Zeitslot frei ist, kann im nächsten begonnen werden zu senden.

f) Erläutern Sie kurz, welche Ergänzungen *CSMA/CD* gegenüber reinem *CSMA* hat.

Kollisionen werden erkannt und betroffene Rahmen erneut übertragen.

g) Wie werden erfolgreiche Übertragungen bei CSMA/CD bei Ethernet erkannt?

Eine Übertragung wird als erfolgreich angenommen, wenn während der Übertragung keine Kollision festgestellt wurde bzw. kein JAM-Signal empfangen wurde.

h) Erläutern Sie kurz, welche Ergänzungen CSMA/CA gegenüber reinem CSMA hat.

Kollisionen können i. A. nicht erkannt werden. Stattdessen wird deren Auftretswahrscheinlichkeit durch Randomisierung des Sendebeginns verringert.  
(Contention Window mit einer minimalen Größe von mehreren Slotzeiten)

i)\* Was versteht man unter Binary Exponential Backoff?

CSMA (sowohl CD als auch CA) warten nach einer Kollision bzw. nicht erfolgreichen Übertragung eine zufällige Anzahl an Slotzeiten. Diese Anzahl wird aus dem Backoff-Fenster zufällig und gleichverteilt gezogen. Mit jeder Kollision bzw. nicht erfolgreichen Übertragung wird dieses Fenster verdoppelt (binary exponential) bis ein bestimmter Maximalwert erreicht ist. Nach einer erfolgreichen Übertragung wird das Fenster zurückgesetzt.

## Aufgabe 2 ALOHA und CSMA/CD

Gegeben sei ein Netzwerk (s. Abbildung 2.1) bestehend aus drei Computern, welche über ein Hub miteinander verbunden sind. Die Distanzen zwischen den Computern betragen näherungsweise  $d_{12} = 1$  km bzw.  $d_{23} = 500$  m. Etwaige indirekte Kabelführung darf vernachlässigt werden. Die Übertragungsrates betrage  $r = 100$  Mbit/s. Die relative Ausbreitungsgeschwindigkeit betrage wie üblich  $\nu = 2/3$ . Die Lichtgeschwindigkeit sei mit  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s gegeben.

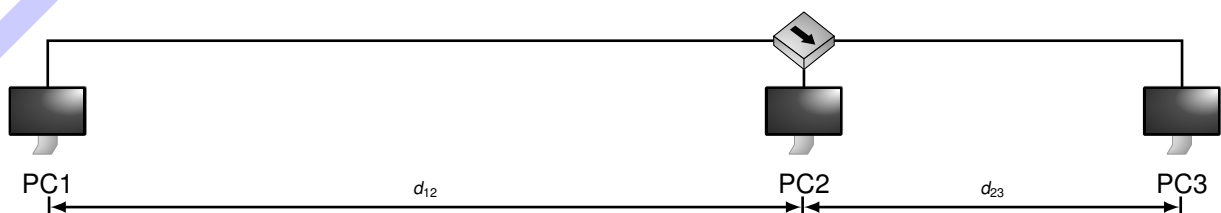


Abbildung 2.1

Zum Zeitpunkt

- $t_0 = 0$  s findet keine Übertragung statt und keiner der Rechner hat Daten zu versenden,

- $t_1 = 5 \mu\text{s}$  beginnt PC1,
- $t_2 = 15 \mu\text{s}$  beginnt PC2 und
- $t_3 = 10 \mu\text{s}$  beginnt PC3

jeweils einen Rahmen der Länge 94 B zu senden.

a)\* Berechnen Sie die Serialisierungszeit  $t_s$  für eine Nachricht.

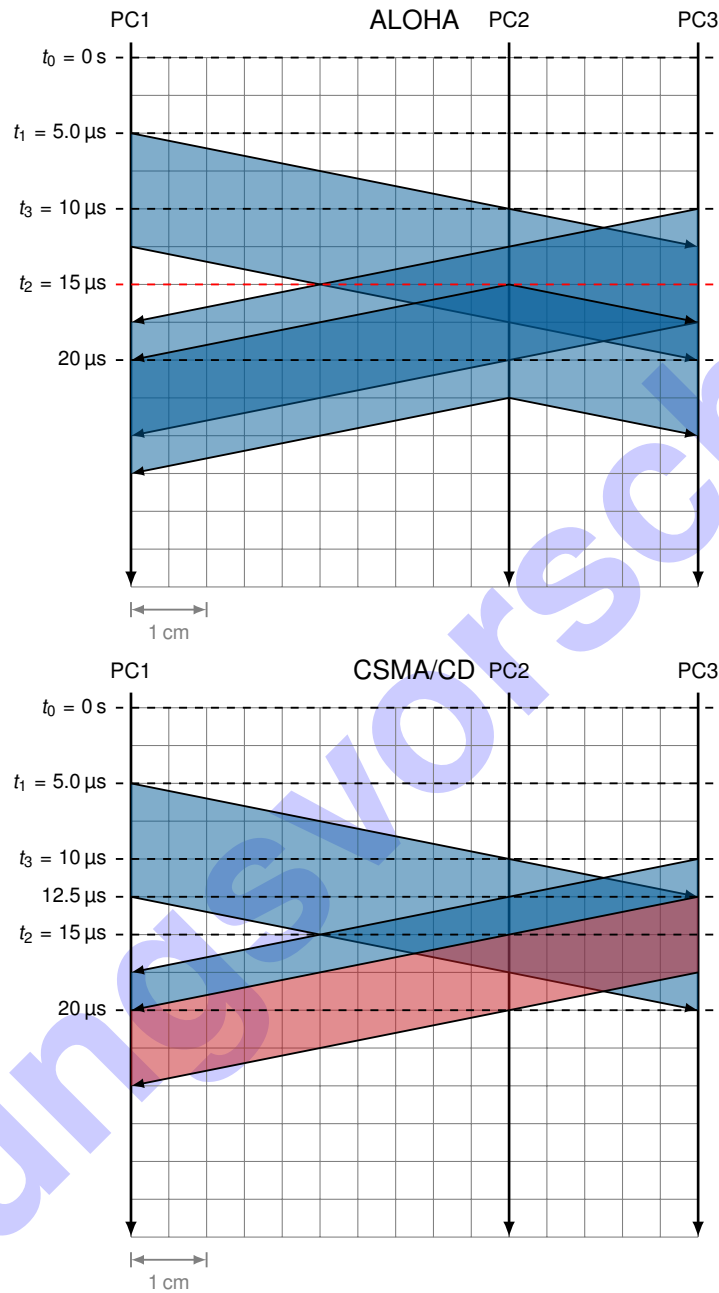
$$t_s = \frac{l}{r} = \frac{94 \cdot 8 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \text{ bit/s}} = 7.52 \mu\text{s}$$

b)\* Berechnen Sie die Ausbreitungsverzögerungen  $t_p(1, 2)$  und  $t_p(2, 3)$  auf den beiden Streckenabschnitten.

$$t_p(1, 2) = \frac{d_{12}}{v_{c0}} = \frac{1000 \text{ m}}{\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 5.0 \mu\text{s}$$

$$t_p(2, 3) = \frac{d_{23}}{v_{c0}} = \frac{500 \text{ m}}{\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2.5 \mu\text{s}$$

c) Zeichnen Sie für ALOHA und 1-persistentes CSMA/CD jeweils ein Weg-Zeit-Diagramm, das den Sendevorgang im Zeitintervall  $t \in [t_0, t_0 + 30 \mu\text{s}]$  darstellt. Maßstab:  $100 \text{ m} \triangleq 5 \text{ mm}$  bzw.  $2.5 \mu\text{s} \triangleq 5 \text{ mm}$ , Slotzeit:  $\approx 5 \mu\text{s}$



**Erläuterung:** Bei ALOHA wird das Medium nicht abgehört. Dies bedeutet, dass zum Zeitpunkt  $t_2$  PC2 zu senden beginnt, obwohl er die Übertragung von PC1 und PC3 bereits detektieren könnte. Im Gegensatz dazu wird bei CSMA/CD das Medium abgehört. Aus diesem Grund beginnt PC2 nicht zu senden. PC3 allerdings kann infolge der endlichen Signalausbreitungsgeschwindigkeit noch nicht wissen, dass PC1 bereits sendet. Es kommt also zur Kollision.

Bei  $t = 12.5 \mu\text{s}$  erkennt PC3 die Kollision und bricht die eigene Übertragung ab. Um sicherzugehen, dass alle Stationen, die an das gemeinsame Medium angeschlossen sind, über die Kollision informiert werden, sendet PC3 ein *JAM-Signal*. Dieses wäre bei Ethernet ein 4 B langes alternierendes Bitmuster (in der Aufgabe geht es bis jetzt nicht konkret um Ethernet, sondern lediglich um das zugrundeliegende Medienzugriffsverfahren CSMA/CD – eine Andeutung des JAM-Signals reicht aus).

d) Aus der vorhergehenden Teilaufgabe ist zu erkennen, dass bei beiden Verfahren Kollisionen auftreten. Im Gegensatz zu ALOHA funktioniert CSMA/CD aber unter den gegebenen Umständen nicht. Warum?

Bei ALOHA wird der Verlust eines Rahmens dadurch erkannt, dass der Absender keine Bestätigung erhält. Ein derartiges Quittungsverfahren gibt es bei CSMA/CD nicht. Stattdessen nimmt ein Sender bei CSMA/CD an, dass ein Rahmen erfolgreich übertragen wurde, falls während der Übertragung keine Kollision aufgetreten ist.

Im konkreten Fall hat PC1 allerdings die Übertragung abgeschlossen, bevor ihn die Übertragung bzw. das JAM-Signal von PC3 erreicht. PC1 erkennt daher die Kollision nicht und geht fälschlicherweise von einer erfolgreichen Übertragung aus.

e) Wie lautet für CSMA/CD die Bedingung, dass ein Knoten eine Kollision rechtzeitig erkennen kann?

Die Serialisierungszeit muss mind. der doppelt so lang sein, wie die maximal mögliche Ausbreitungsverzögerung zwischen den beiden am weitesten voneinander entfernten Knoten. Nur so ist sichergestellt, dass ein Knoten noch sendet, wenn er das „Störsignal“ des am weitesten von ihm entfernten Knoten empfängt, der seinerseits unmittelbar vor der „Ankunft des ersten Bits“ selbst angefangen hat zu senden.

f) Berechnen Sie für CSMA/CD die maximale Entfernung zweier Rechner innerhalb einer Kollisionsdomäne in Abhängigkeit der minimalen Rahmenlänge. Setzen Sie die Werte für FastEthernet ein ( $r = 100 \text{ Mbit/s}$ ,  $l_{\min} = 64 \text{ B}$ ).

Im Falle einer Kollision darf keiner der sendenden Knoten seinen Sendevorgang beenden, bevor er die Kollision bemerkt hat. Ansonsten würde er davon ausgehen, dass die Übertragung erfolgreich war. Dies bedeutet, die minimale Serialisierungszeit  $t_{s,\min}$  eines Rahmens muss zweimal der Ausbreitungsverzögerung zwischen den beiden am weitesten entfernten Stationen entsprechen:

$$t_{s,\min} = 2 \cdot t_{p,\max}$$

$$\frac{l_{\min}}{r} = 2 \cdot \frac{d_{\max}}{v_C}$$

$$d_{\max} = \frac{1}{2} \cdot v_C \cdot \frac{l_{\min}}{r}$$

$$d_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{64 \cdot 8 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \frac{\text{bit}}{\text{s}}}$$

$$d_{\max} = 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{64 \cdot 8 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \frac{\text{bit}}{\text{s}}} = 512 \text{ m}$$

g)\* Welchen Einfluss haben Hubs, Brücken und Switches auf die Kollisionsdomäne?

Hubs verbinden Netzsegmente auf der physikalischen Schicht, wodurch eine gemeinsame Kollisionsdomäne entsteht (Bus).

Brücken unterbrechen Kollisionsdomänen, indem Rahmen nur dann in das jeweils andere Netzsegment weitergeleitet werden, wenn sich der jeweilige Empfänger in diesem Segment befindet. (Die Weiterleitungsentscheidungen werden auf Basis der Ziel-MAC-Adresse getroffen. Durch Beobachtung des Datenverkehrs kann eine Brücke mit der Zeit lernen, welche Knoten sich auf welcher Seite befinden.)

Switches sind im Wesentlichen Brücken mit mehr als zwei Ports. Sie unterbrechen daher ebenfalls Kollisionsdomänen.

### Aufgabe 3 Cyclic Redundancy Check (CRC)

Die Nachricht 10101100 werde mittels CRC, wie in der Vorlesung eingeführt, gesichert. Als Reduktionspolynom sei  $r(x) = x^3 + 1$  gegeben.

a)\* Wie lang ist die Checksumme?

Die Länge der Checksumme in Bit entspricht dem Grad des Reduktionspolynoms, hier also  $\text{grad}(r(x)) = 3$  bit.

b) Bestimmen Sie die Checksumme für die gegebene Nachricht.

Zunächst werden an die Nachricht  $\text{grad}(r(x)) = 3$  Nullen angehängt: 10101100000. Anschließend wird durch  $r(x)$  dividiert:

```
10101100000 : 1001 = 10111011 Rest 011
1001|
----|
001111|
 1001|
  ----|
  01100|
   1001|
   ----|
   01010|
    1001|
    ----|
    001100|
     1001|
     ----|
     01010
      1001
      ----
      0011
```

c)\* Geben Sie die übertragene Bitfolge an.

Die übertragene Bitfolge besteht aus der ursprünglichen Nachricht konkateniert mit der eben berechneten Prüfsumme: 10101100 011.

Bei der Übertragung trete nun das Fehlermuster 00100000000 auf.

d)\* Wie lautet die empfangene Bitfolge?

Die empfangene Bitfolge ist das XOR aus der übertragenen Bitfolge und dem Fehlermuster:

```
    10101100011
XOR 00100000000
-----
    10001100011
```

e) Zeigen Sie, dass der Übertragungsfehler erkannt wird.

Die empfangene Bitfolge wird wieder durch  $r(x)$  dividiert:

```
10001100011 : 1001 = 10011111 Rest 100
1001|
----|
0001110|
  1001|
  ----|
  01110|
   1001|
   ----|
   01110|
    1001|
    ----|
    01111|
     1001|
     ----|
     01101|
      1001|
      ----|
      0100
```

Es bleibt der Rest 100. Bei einer fehlerfreien Übertragung hätte hingegen kein Rest bleiben dürfen.

f)\* Geben Sie ein Fehlermuster an, welches nicht erkannt werden kann.

Vielfache des Reduktionspolynoms können nicht erkannt werden, z. B. 1001000000.

Lösungsvorschlag

g) CRC wurde in der Vorlesung ausdrücklich als fehlererkennender, nicht aber als fehlerkorrigierender Code eingeführt. Zeigen Sie, dass mittels CRC selbst 1 bit-Fehler im konkreten Beispiel dieser Aufgabe nicht korrigierbar sind.



**Argumentativ** Die übertragene Nachricht ist 11 bit lang, d. h. es gibt insgesamt elf mögliche 1 bit-Fehler. Die Checksumme ist jedoch nur 3 bit lang, d. h. es könnten maximal sieben Bitfehler unterschieden werden, da nur sieben von Null verschiedene Reste existieren. Damit ist eine eindeutige Zuordnung von einem Rest auf einen konkreten Bitfehler nicht möglich.

**Beweis durch Gegenbeispiel** Es reicht, zwei unterschiedliche Fehlermuster zu finden, die denselben Rest erzeugen, denn dann kann von diesem Rest nicht eindeutig auf einen der beiden Fehler geschlossen werden. Die Fehlermuster 00001000000 und 00000001000 liefern beide den Rest 001.

**Diskussion:** Was ist mit längeren Checksummen?

Ein Ethernet-Rahmen hat eine Größe von bis zu 1518 B<sup>1</sup>inkl. Checksumme. Dies entspricht  $1518 \cdot 8 = 12144$  möglichen 1 bit-Fehlern. Die Checksumme ist 32 bit lang, womit sich  $2^{32} - 1$  von Null verschiedene Reste ergeben. Da nun  $2^{32} - 1 > 12118$  ist, könnte nach obiger Darstellung eine Korrektur möglich sein. Allerdings muss dazu etwas mehr Mathematik betrachtet werden, da die Anzahl möglicher Reste und deren eindeutige Zuordbarkeit zu 1 bit-Fehlern vom Aufbau des Reduktionspolynoms abhängen. Tatsächlich ist es nun so, dass mittels des bei Ethernet verwendeten Polynoms 1 bit-Fehler wirklich zu eindeutigen Resten führen. Eine Korrektur wäre damit zwar möglich, wird in der Praxis bei Ethernet aber nicht verwendet.

Grundsätzlich hängt es also von

- der Wahl des Reduktionspolynoms und
- dem Größenverhältnis zwischen Nutzdaten und Checksumme

ab, ob 1 bit-Fehler mittels CRC korrigierbar sind.

---

<sup>1</sup>Jumbo-Frames werden in GRNVS nicht betrachtet

## Aufgabe 4 ALOHA (Hausaufgabe)

ALOHA (hawaiisch: „Hallo“) ist eines der ältesten Medienzugriffsverfahren und wurde 1971 an der Universität von Hawaii entwickelt, um die Hawaii-Inseln über eine Funkverbindung mit einer zentralen Vermittlungsstation zu verbinden. Die Trennung der zwei Kommunikationsrichtungen von den Inseln zur Vermittlungsstation und zurück erfolgte durch Frequenzduplex (FDD). Die Steuerung des Medienzugriffs war denkbar einfach: Sobald ein Sender Daten erhalten hatte, durfte dieser zu senden beginnen. Da aber keine Richtfunkantennen eingesetzt wurden und alle Sender auf den Inseln dieselbe Frequenz verwendeten, konnte es zu Kollisionen kommen, wenn sich zwei Übertragungen zeitlich überschneiden.

Zwei Jahre später wurde Slotted ALOHA eingeführt, bei dem die Sender nur noch zu Beginn fester Zeitschlitze (engl. *time slots*) anfangen durften zu senden. Die Vermittlungsstation übertrug dafür auf dem Rückkanal ein Taktsignal zur Synchronisation.

Wir wollen nun eine eigene Strategie definieren, die wir  $p$ -persistentes Slotted ALOHA nennen. Liegen Daten vor, so sendet eine Station mit Wahrscheinlichkeit  $p$  im nächsten Slot bzw. verzögert die Übertragung mit Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  um einen Slot. Folgende Ausgangssituation sei gegeben:

- Es seien zunächst nur einige der Hauptinseln an das Netzwerk angeschlossen, d. h.  $n \leq 8^2$ .
- Alle  $n$  Nutzer sind saturiert sind, d. h. es liegen stets Daten zum Senden vor.
- Jeder Nutzer fängt mit Wahrscheinlichkeit  $p$  im nächsten möglichen Zeitschlitz an zu senden.
- Die Dauer eines Sendevorgangs entspricht der Länge eines Zeitschlitzes.

a)\* Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Zeitschlitz eine kollisionsfreie Übertragung stattfindet?

Sei  $X$  die ZV, welche die Anzahl der im betreffenden Zeitschlitz gleichzeitig sendenden Stationen angibt. Die Übertragung ist genau dann kollisionsfrei, wenn  $X = 1$  gilt, d. h. genau ein *beliebiger* Nutzer sendet.  $X$  ist also binomialverteilt mit Sendewahrscheinlichkeit  $p$ :

$$\Pr[X = k] = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \Rightarrow \Pr[X = 1] = \binom{n}{1} p (1 - p)^{n-1} = np \cdot (1 - p)^{n-1} =: f(n, p)$$

b) Bestimmen Sie das  $p^*$ , so dass die Wahrscheinlichkeit einer kollisionsfreien Übertragung maximiert wird.

Ableitung liefert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial p} &= n \cdot (1 - p)^{n-1} - np \cdot (n - 1) \cdot (1 - p)^{n-2} \stackrel{!}{=} 0 \\ n \cdot (1 - p)^{n-1} &= np \cdot (n - 1) \cdot (1 - p)^{n-2} \\ 1 - p &= p \cdot (n - 1) \\ p &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$

c) Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei  $n$  Nutzern.

Einsetzen liefert:

$$f(n, p^*) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1}$$

<sup>2</sup>Für große  $n$  (ca.  $n > 15$ ) und kleine Sendewahrscheinlichkeiten könnte hier auch die Poisson-Verteilung genutzt werden.

d) Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei einer sehr großen Anzahl von Nutzern.

**Hinweis:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n, p^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{e} \approx 0.37$$

Lösungsvorschlag